Additionstheoreme, Sinus- und Kosinussatz

Aufgabe 1 Leite die folgenden Identitäten her:

a) $\tan(x+y) = \dfrac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y)}$

b) $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(x)}{2}}$ Tipp: Benutze $\cos(x) = \cos(\frac{x}{2}+\frac{x}{2})$

c) $\tan(2\pi-\alpha) = -\tan(\alpha)$

Aufgabe 2 Zeige, dass folgende Identität gilt:

$$\cos(a)+\cos(b) = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

Tipp: Benutze $a = x+y$ und $b = x-y$ und untersuche zuerst den folgenden Ausdruck:

$$\cos(x+y)+\cos(x-y)$$

Aufgabe 3 Ein Dreieck hat eine Seite $a = 63$ mm, einen Winkel $\gamma = 36°$ und einen Umkreis mit Durchmesser $d = 64$ mm.

a) Berechne die restlichen Seitenlängen und Winkel

b) Wie viel beträgt die Fläche des Dreiecks in cm^2 ?

c) Warum würde sich die Aufgabe sehr stark vereinfachen, wenn a einen Millimeter grösser wäre?

Aufgabe 4 Ein Dreieck hat zwei Seiten der Länge 80 und einen Winkel von $40°$ an seiner Spitze. Tipp: Mach eine Skizze.

a) Wie lange sind die beiden gleich langen Winkelhalbierenden?

b) Berechne die Länge des längeren Teilstücks, das eine dieser Winkelhalbierenden von der Dreiecksseite abschneidet mit dem Sinussatz

c) Überprüfe das letzte Resultat, indem du die Berechnung mit dem Kosinussatz wiederholst.

Aufgabe 5 Ein Dreieck hat die folgenden Längen (in cm): $a = 4.7$, $b = 9$ und $c = 6$.

a) Berechne die drei Winkel des Dreiecks.

b) Wie gross sind die drei Höhen im Dreieck?

c) Berechne den Radius des Umkreises.

d) Konstruiere das Dreieck mit seinem Umkreis und überprüfe die Ergebnisse.

Aufgabe 6 Ein Flugzeug fliegt auf einer Höhe von 12 km und wird von einem Beobachter unter einem Winkel von $35°$ über dem Horizont gesehen.

Wie gross ist die Distanz zwischen Beobachter und Flugzeug? (Radius der Erde: $6'371$ km)